

AFFONSO TONKYU LEE

**CURVAS DE CALIBRAÇÃO PARA ENSAIO DE  
RECALQUE DE ANÉIS E SEU USO NA MEDIÇÃO  
DO ATRITO EM CORFORMAÇÃO PLÁSTICA**

Trabalho de formatura apresentada à  
Escola Politécnica da Universidade  
de São Paulo para conclusão do  
curso de Engenharia Mecânica.

Área de Concentração:  
Engenharia Mecânica-Projeto e  
Fabricação

Orientador:  
João Paulo Marcicano

São Paulo  
1997

*Aprovado S.O.  
S.P. 16/12/97  
JPM*

*OK 8-11-*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Professor Gilmar Ferreira Batalha por ter oferecido o tema do trabalho, a sua ajuda na solução dos problemas, sua paciência, sua confiança e por ter oferecido outra chance de terminar o trabalho, além de indicar outro orientador.

Agradeço ao Professor João Paulo Marcicano por ter aceito ser o meu orientador de projeto, pelo seu tempo dedicado aos meus problemas e sua ajuda no solucionamento dos problemas.

Também agradeço a todos que ajudaram direta e indiretamente neste trabalho, como meus colegas de curso, funcionários da biblioteca da Engenharia Mecânica e outros professores.

## DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho primeiramente aos meus pais que sempre me deram forças nos meus projetos durante toda a minha vida, e se não fosse por eles acho que não estaria fazendo este curso e concluindo-o. Eles sempre foram incentivadores e sempre acreditaram em meus planos, não existem palavras que meçam minha gratidão pelas coisas que fizeram por mim e pelo que passaram por mim. A dedicatória deste trabalho a eles é o mínimo que posso fazer por eles pelas coisas que já fizeram a mim.

Dedico este trabalho ao meu irmão que sempre foi um colega nas horas difíceis e nas horas de lazer.

Dedico este trabalho a todos os meus colegas sendo eles da faculdade ou não, por proporcionarem uma convivência boa nestes anos todos e espero que também nos anos futuros. Estes colegas que sempre estão ao meu lado seja em tempos difíceis como em tempos de "vaca gorda".

## ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>5</b>
<b>1.1 TEORIA DA PLASTICIDADE APLICADA À CONFORMAÇÃO DE METAIS</b>	<b>6</b>
1.1.1 DEFORMAÇÃO LOCAL E CAMPOS DE VELOCIDADE	7
1.1.2 DEFORMAÇÃO	8
1.1.3 VELOCIDADES E TAXA DE DEFORMAÇÃO	11
1.1.4 DEFORMAÇÃO HOMOGÊNEA	13
<b>1.2 DEFORMAÇÃO PLÁSTICA: ESTADO COMPLEXO DE TENSÃO E REGRAS DE ESCOAMENTO</b>	<b>16</b>
1.2.1 CRITÉRIO DE TRESCA	17
1.2.2 CRITÉRIO DE VON MISSES	20
1.2.3 COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE TRESCA E VON MISSES	21
1.2.4 FORÇA E ENERGIA DE DEFORMAÇÃO	24
1.2.5 DEFORMAÇÃO E TAXA DE DEFORMAÇÃO EFETIVAS	26
<b>1.3 ASPECTOS DAS ANÁLISES LIMITE</b>	<b>28</b>
1.3.1 ADAPTAÇÃO DO CRITÉRIO DE VON MISSES	32
1.3.2 APROXIMAÇÃO PELO LIMITE SUPERIOR	35
1.3.3 DETALHE DO ESTUDO DOS MODELOS DE ESCOAMENTO	40
<b>2. ANÉIS DE COMPRESSÃO</b>	<b>42</b>
<b>3. MODELAGEM PELO MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR</b>	<b>44</b>
<b>4. FATORES QUE AFETAM O ESTUDO(CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS)</b>	<b>49</b>
<b>5. METODOLOGIA E ESPAÇO DE TRABALHO</b>	<b>51</b>
<b>5.1 ESPAÇO DE TRABALHO</b>	<b>52</b>
<b>5.2 METODOLOGIA</b>	<b>53</b>
<b>6. FLUXOGRAMA</b>	<b>55</b>
<b>7. PROGRAMA</b>	<b>57</b>
<b>8. ESTUDO DE CASOS E DISCUSSÃO</b>	<b>61</b>
<b>9. CONCLUSÃO</b>	<b>63</b>
<b>10. SUGESTÕES PARA UM DESENVOLVIMENTO FUTURO</b>	<b>65</b>

<b>11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>66</b>
<b>12. ANEXOS</b>	<b>69</b>

## 1. INTRODUÇÃO

A economia nos processos de operações de forjamento de metais depende muito do mecanismo de atrito, o qual deve ser controlado apropriadamente para evitar escoriações, cortes e descontinuidade no material, que são os principais responsáveis pela falha prematura das ferramentas. Apesar de existirem vários lubrificantes para forjamento de metais no mercado, o maior problema ocorre na escolha do melhor lubrificante para uma específica operação.

A compressão de anéis é uma técnica eficiente para avaliar as características de atrito nos lubrificantes e tensões de escoamento dos materiais através do uso das curvas de calibração.

O teste de compressão consiste em submeter um anel metálico a compressão entre duas placas paralelas, com determinadas condições de temperatura, deformação, taxa de redução e geometria inicial conhecidos (espessura, diâmetro interno e externo). Durante a compressão o diâmetro interno pode instantaneamente aumentar, diminuir ou permanecer constante, dependendo do quanto a tensão de atrito se impuser através das ferramentas e lubrificantes na interface anel-ferramenta. Assim as mudanças no diâmetro interno do anel pode munir de significados sensíveis na avaliação do atrito interfacial através de curvas de calibrações apropriadas.

Num caso hipotético onde não exista atrito entre peça-ferramenta, a peça se deforma como se fosse um corpo cilíndrico com velocidade radial em todo corpo proporcional ao raio em todo anel. Quando existe atrito, o fluxo na direção externa do anel é retardado e depende somente das condições de atrito. Quando o atrito é significativo o fluxo é considerado significativo com redução do diâmetro interno e aumento do diâmetro externo resultando no aparecimento de um raio neutro, localizado entre o raio interno e externo e onde a velocidade radial é nula. Com o atrito próximo ao valor crítico, o raio neutro se torna igual ao raio interno. Quando o atrito é menor que o valor crítico, ocorre expansão do raio interno e quando é maior ocorre a contração do raio interno.

## 1.1 TEORIA DA PLASTICIDADE APLICADA À CONFORMAÇÃO DE METAIS

O propósito da aplicação da teoria da plasticidade na conformação de metais é investigar os mecanismos de deformação plástica nos processos. Tal investigação possibilita analisar e prever escoamento no metal ( velocidades, taxa de deformação e deformação), temperatura e transferencia de calor, tensão de escoamento e tensões, carga da estrutura, pressão e energia. Assim, através dos mecanismos de deformação podemos entender como determinar o escoamento dos metais, como obter uma geometria desejada por conformação plástica e as propriedades mecânicas esperadas dos produtos da conformação.

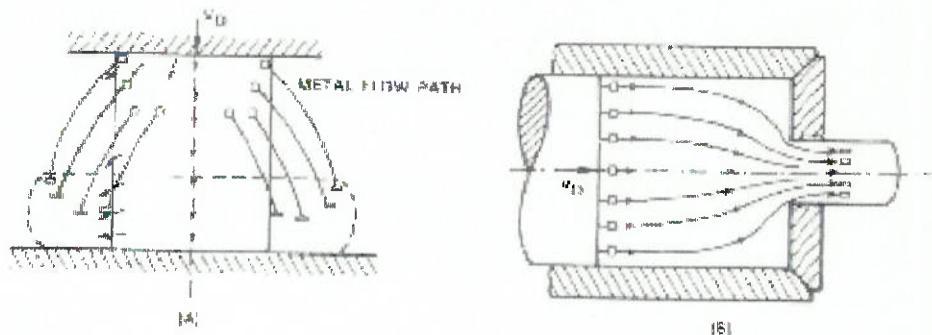
Para obter expressões matemáticas da deformação dos metais manejáveis, assumimos as seguintes simplificações:

- deformações elásticas foram desconsideradas. No entanto, quando necessário, a elasticidade e deflexão elástica são considerados;
- deformação do material é considerada contínua;
- volume se mantém constante;
- o atrito é expresso através da lei de Coulomb.



### 1.1.1 DEFORMAÇÃO LOCAL E CAMPOS DE VELOCIDADE

O deslocamento local de elementos de volume é conhecido como campo de velocidade, isto é, velocidades, deformação e taxa de deformação. Para simplificar sempre se assume que o campo de velocidade é independente das propriedades do material. Obviamente isto não é correto. Se deformação ( $\epsilon$ ) ou temperatura ( $\theta$ ) estão presentes em gradiente, o material não escoará como exatamente do mesmo modo como um material homogêneo escoaria. As partes mais macias – onde a temperatura, por exemplo, é maior que em outras regiões – escoaria mais facilmente que o resto do material.

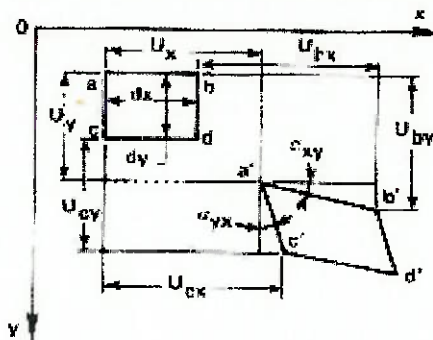


metal escoando: (A) estado não fixo de forjamento superior, (B) extrusão em estado fixo. (figura retirada da referência : Avitzur, B., Metal Forming.)



### 1.1.2 DEFORMAÇÃO

Para estudarmos quantitativamente o escoamento nos metais é necessário definirmos deformação, taxa de deformação e velocidades (deslocamento por unidade). A figura abaixo descreve a deformação de um bloco retangular infinitesimal, abcd, transformando-se em um paralelogramo depois da deformação plástica. Apesar da figura estar em apenas duas dimensões, os mesmos princípios se aplicam para três dimensões.



(figura retirada da referência : Avitzur, B., Metal Forming.)

deslocamento no plano x-y

As coordenadas iniciais de um ponto na peça eram x e y (z em 3-D), depois de certa deformação passaram a ser x' e y' (z' em 3-D). Desprezando componentes de ordem maior, pode-se determinar a magnitude do deslocamento do ponto b,  $u_{bx}$ , como função do deslocamento do ponto a,  $u_x$ . O valor de  $u_{bx}$  é diferente do valor de  $u_x$ ;  $u_{bx}$  varia em função de  $u_x$  ao longo de  $dx$ :

$$u_{bx} = u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx, \quad u_x \text{ também depende de } y \text{ e } z.$$

Deformação na direção x:

$$\epsilon_x = (u_{bx} - u_x) / dx, \quad \text{ou}$$

$$\epsilon_x = \left( u_x + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx - u_x \right) / dx = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

do mesmo modo tem-se para as direções y e z:

$$\epsilon_y = \frac{\partial u_y}{\partial y} ;$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

As variações angulares para as pequenas deformações consideradas são infinitesimais. Portanto, a tangente de  $\alpha_{xy} = \alpha_{xy}$  e a tangente de  $\alpha_{yx} = \alpha_{yx}$ .

$$\alpha_{xy} = (u_{by} - u_y) / (u_{bx} + dx - u_x)$$

Anteriormente já foi expresso a equação para  $u_{bx}$ , assim por similaridade podemos expressar a equação para  $u_{by}$ :

$$u_{by} = u_y + \frac{\partial u_y}{\partial y} dy$$

Considerando que  $\partial u_x / \partial x = \epsilon_x$  pode ser considerado menor que 1, tem-se:

$$\alpha_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

do mesmo modo tem-se:

$$\alpha_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

Portanto a deformação angular total no plano xy, ou deformação por cisalhamento,  $\gamma_{xy}$ , é:

$$\gamma_{xy} = \alpha_{xy} + \alpha_{yx} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

do mesmo modo:

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}$$

### 1.1.3 VELOCIDADES E TAXA DE DEFORMAÇÃO

A distribuição dos componentes da velocidade ( $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$ ) na conformação descreve o escoamento no material. A velocidade é a variação do deslocamento por tempo nas direções xyz.

$$v_x = \frac{\partial u_x}{\partial t}; \quad v_y = \frac{\partial u_y}{\partial t}; \quad v_z = \frac{\partial u_z}{\partial t}$$

Taxa de deformação é a variação da deformação pelo tempo:

$$(\epsilon_x)' = \frac{\partial \epsilon_x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial (u_x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_x}{\partial t} \right) = \frac{\partial v_x}{\partial x}$$

do mesmo modo obtém-se:

$$(\epsilon_x)' = \frac{\partial v_x}{\partial x}; \quad (\epsilon_y)' = \frac{\partial v_y}{\partial y}; \quad (\epsilon_z)' = \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$(\gamma_{xy})' = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}$$

$$(\gamma_{yz})' = \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}$$

$$(\gamma_{xz})' = \frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}$$

O estado de deformação na deformação plástica de metais são descritos através dos deslocamentos ( $u$ ), velocidades ( $v$ ), taxa de deformação e deformação no sistema de coordenadas xyz. É possível expressar os mesmos valores em um sistema  $x', y', z'$  quando conhecido o ângulo de rotação entre os eixos xyz e  $x'y'z'$ . Assim, em cada pequeno elemento da peça que está se

deformando plasticamente pode se criar uma orientação através de um sistema de coordenadas, tal que, o elemento não fique sujeito ao cisalhamento mas apenas a compressão e tração. Neste caso as deformações  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ , e  $\gamma_{xz}$  são todos nulos, e a peça se deforma através de seus eixos principais.

Nas trações uniaxiais e testes de compressão (sem embarrilhamento, sem estreitamento), as deformações também ocorrem na direção de seu eixo principal.

Quando adotou-se anteriormente volume constante desprezou-se deformação elástica. Esta adoção é razoável para a maioria dos processos de forjamento onde a porção em deformação plástica é muito maior que a porção em deformação elástica. A seguir tem-se as expressões para deformação ao longo dos eixos principais :

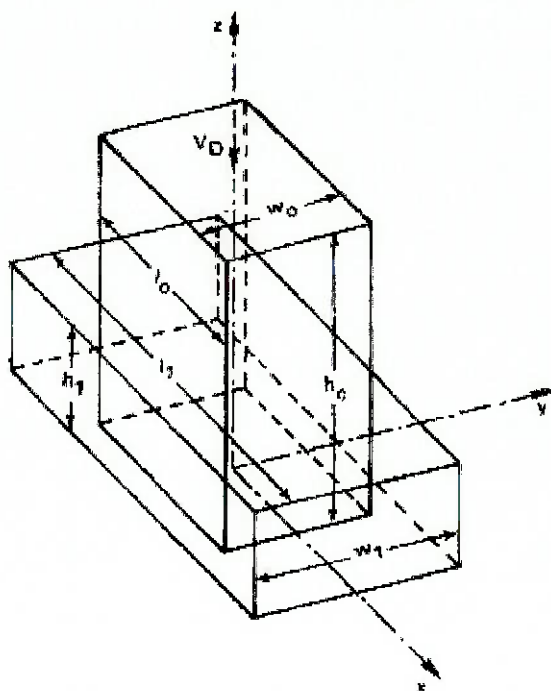
$$\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z = 0$$

e

$$(\epsilon_x)' + (\epsilon_y)' + (\epsilon_z)' = 0$$

### 1.1.4 DEFORMAÇÃO HOMOGÊNEA

Adotando-se conformação sem atrito superior de um bloco retangular. A parte superior se move para baixo com velocidade  $V_D$ . A origem das coordenadas,  $xyz$ , estão na parte inferior no centro da face retangular.



(figura retirada da referência : Avitzur, B., Metal Forming.)

deformação homogênea sem atrito de forjamento superior

As dimensões iniciais e finais do bloco são respectivamente representados pelos índices 0 e 1. A altura instantânea durante a deformação é  $h$ . As componentes da velocidade  $v_x$ ,  $v_y$  e  $v_z$ , descrevem o movimento de cada parte do bloco que está deformando, podem ser expressa em funções lineares das coordenadas  $xyz$ .

$$v_x = V_{DX} / 2h; \quad v_y = V_{DY} / 2h; \quad v_z = V_{DZ} / 2h$$

Para que as equações acima representem os campos de velocidades, é necessário provar que essas velocidades satisfaçam as condições de volume constante e condições limites.

Considerando a forma inicial do bloco para satisfazer a condição limite, na origem das coordenadas tem-se que todas as velocidades são nulas. Essa condição satisfaz, pois na origem  $x=y=z=0$  assim  $v_x = v_y = v_z = 0$ , então nos limites tem-se :

para  $x = l_0 / 2$ ; velocidade na direção  $x$  :  $v_{x0} = V_D l_0 / 4h_0$

para  $y = w_0 / 2$ ; velocidade na direção  $y$  :  $v_{y0} = V_D w_0 / 4h_0$

para  $z = h_0$ ; velocidade na direção  $z$  :  $v_{z0} = -V_D$

Pode -se observar que a condição de volume constante é satisfeita. No início da deformação, a movimentação provocada pelo deslocamento da taxa volumétrica e o volume por unidade de tempo são :

$$\text{taxa volumétrica} = V_D w_0 h_0$$

O volume por unidade de tempo se desloca em direção as laterais do bloco retangular :

$$2v_{x0} h_0 w_0 + 2v_{y0} l_0 h_0$$

Utilizando as duas equações acima tem-se :

$$\text{taxa volumétrica} = 2h_0(w_0 V_D l_0 + l_0 V_D w_0) / 4h_0$$

ou

$$\text{taxa volumétrica} = V_D w_0 h_0$$

As quantidades da equação acima apresentada e a primeiramente mostrada anteriormente da taxa volumétrica são iguais, portanto a condição de volume constante está provada.

Assim pode-se obter agora, através das componentes da velocidade, as taxas de deformações :



$$(\epsilon_x)' = \frac{\partial v_x}{\partial x} = V_D / 2h; \quad (\epsilon_y)' = V_D / 2h; \quad (\epsilon_z)' = -V_D / h$$

pois :

$$(\gamma_{xy})' = (\gamma_{xz})' = (\gamma_{yz})' = 0$$

Na deformação homogênea, a taxa de deformação por cisalhamento é igual a zero. As deformações só podem ser obtidas através de integrais no tempo.

Na direção da altura:

$$\epsilon_z = \int_{t_0}^{t_1} (\epsilon_z)' dt = \int_{t_0}^{t_1} -\frac{V_D}{h} dt$$

Para pequenos deslocamentos,  $dh = -V_D dt$ , assim tem-se :

$$\epsilon_h = \epsilon_z = \int_{h_0}^{h_1} \frac{dh}{h} = \ln \frac{h_1}{h_0}$$

$$\epsilon_l = \epsilon_x = \ln \frac{l_1}{l_0}; \quad \epsilon_b = \epsilon_y = \ln \frac{w_1}{w_0}$$

Volume constante em termos de deformação pode ser verificado de :

$$V = h_0 w_0 l_0 = h_1 w_1 l_1 \rightarrow \frac{h_0 w_0 l_0}{h_1 w_1 l_1} = 1$$

ou em logaritmo :

$$\ln \frac{h_0}{h_1} + \ln \frac{w_0}{w_1} + \ln \frac{l_0}{l_1} = \epsilon_h + \epsilon_b + \epsilon_l = 0$$

## 1.2 DEFORMAÇÃO PLÁSTICA: ESTADO COMPLEXO DE TENSÃO E REGRAS DE ESCOAMENTO

Na compressão ou tração homogênea simples (uniaxial), o metal escoá plasticamente quando a tensão,  $\sigma$ , atinge o valor da tensão de escoamento,  $\bar{\sigma}$ , ou quando a regra de escoamento na deformação uniaxial é:

$$|\sigma| = \frac{F}{A} = \bar{\sigma}$$

onde F e A são força e área instantânea, respectivamente.

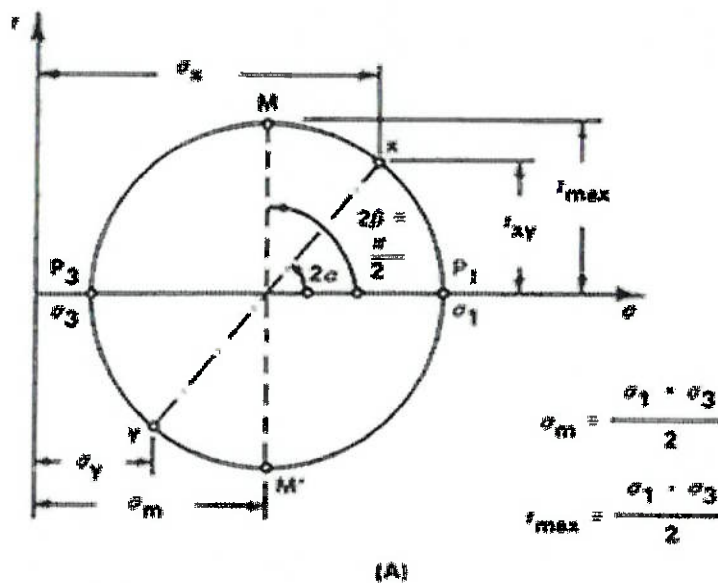
Em estado múltiplo de tensão, o escoamento plástico depende da combinação de todas as tensões. Existem duas hipóteses ou critérios principais para escoamento plástico:

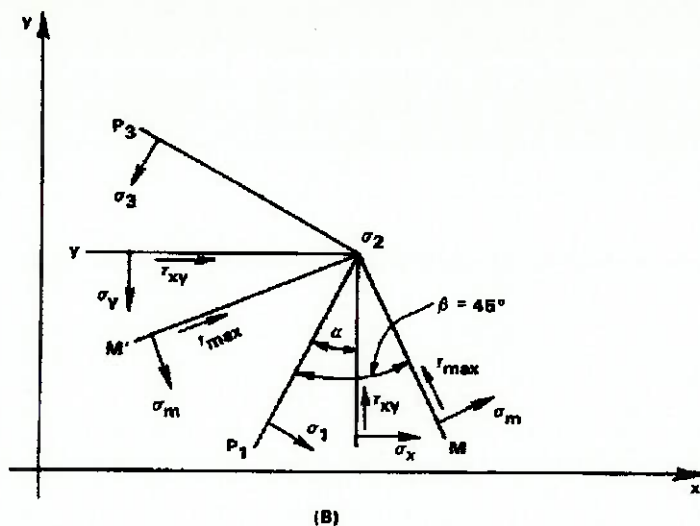
1. Tresca ou critério do campo da tensão de cisalhamento ou escoamento plástico;
2. von Misses ou critério do campo de distorção de energia ou escoamento plástico.

### 1.2.1 CRITÉRIO DE TRESCA

O critério de Tresca afirma que o escoamento plástico começa quando a máxima tensão de cisalhamento,  $\tau_{\max}$ , atinge certo valor crítico,  $k$ , ou quando  $|\tau_{\max}| = k$ , onde  $k$  é o cisalhamento da tensão de escoamento que é característico do material e sua microestrutura, e depende da taxa de deformação por cisalhamento, deformação e temperatura de conformação.

Como no caso da deformação, tensão também possui eixos principais, como mostra a figura a seguir o círculo de Mohr. O círculo de Mohr representa as tensões no plano onde as coordenadas são tensão de cisalhamento (ordenada) e tensão normal (abscissa). No plano  $xy$  as tensões principais são perpendiculares, e na direção das principais tensões a tensão de cisalhamento é zero, como pode ser observada pela figura B. Na representação do círculo de Mohr, isto é, no plano  $\tau - \sigma$ , a tensão máxima principal,  $\sigma_1$ , e a mínima tensão principal,  $\sigma_3$ , definem o tamanho do círculo de Mohr. Os índices 1 e 3 são arbitrários e indicam que  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ .



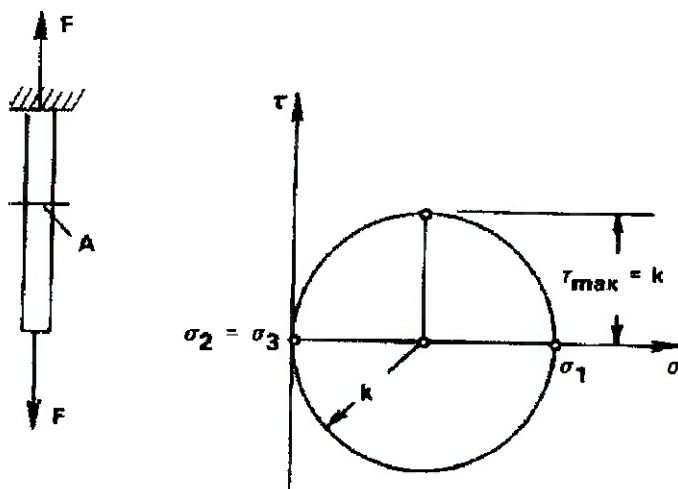


representação dos estados de tensões através do círculo de Mohr  
 como pode ser visto nas figuras acima, a maior tensão de cisalhamento,  
 $\tau_{\max}$ , agindo no plano  $\tau\sigma$  é dado pelo raio do círculo de Mohr :

$$\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$$

Os estados de tensões, que causam deformação plástica estão  
 ilustrados na figura com o círculo de Mohr de raio  $k$ .

Para teste de tração uniaxial ( sem estreitamento, e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ), o  
 escoamento plástico começa quando: (figura retirada da referência : Avitzur, B.,  
 Metal Forming.)



$$\sigma_1 = \frac{L}{A} = \bar{\sigma} = 2k, \text{ ou } k = \frac{\bar{\sigma}}{2}$$

onde  $L$  é a força de tração e  $A$  é a área instantânea da seção transversal. Assim, a regra de Tresca de escoamento pode ser escrito como :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \bar{\sigma}$$

A equação acima mostra, de acordo de Tresca, o escoamento plástico começa se a diferença do máximo ( $\sigma_1$ ) e mínimo ( $\sigma_3$ ) das tensões principais é igual a  $\bar{\sigma}$ . A figura anterior mostra que a tensão hidrostática não é importante para o escoamento plástico. A tensão principal é expressa a seguir :

$$\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$$

e a pressão hidrostática é :

$$p = -\sigma_m$$

### 1.2.2 CRITÉRIO DE VON MISSES

O critério de von Mises considera todas as tensões atuantes na deformação do corpo. O início do escoamento deve depender da combinação das tensões normal e cisalhamento, que mantêm seus valores constantes quando há mudança de coordenadas. Em termos de tensões principais, a regra de von Mises é :

$$\left\{ \frac{1}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right] \right\}^{1/2} = \bar{\sigma}$$

De modo geral :

$$\left\{ \frac{1}{2} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \right\}^{1/2} = \bar{\sigma}$$

ou combinando as equações acima tem-se :

$$\left\{ \frac{3}{2} \left[ (\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2 \right] \right\}^{1/2} = \bar{\sigma}$$

### 1.2.3 COMPARAÇÃO DOS CRITÉRIOS DE TRESCA E VON MISSES

Na tração ou compressão uniaxial, isto é, para  $\sigma_1 = L / A$  e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , tem-se :

$$\sqrt{\frac{1}{2} 2\sigma_1^2} = \bar{\sigma}, \text{ ou } \sigma_1 = \bar{\sigma}$$

Comparando as equações acima com a de Tresca, mostram que os dois critérios convergem para um mesmo resultado nas condições de escoamento uniaxial :

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sigma_1 = \frac{1}{2} \bar{\sigma}$$

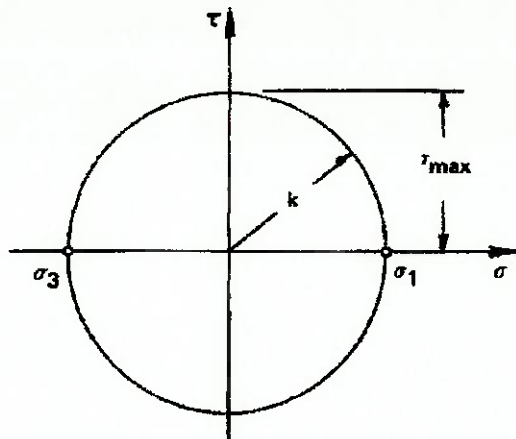
No cisalhamento puro a situação é diferente. Como se pode ver pela figura abaixo, o cisalhamento puro existe quando  $\sigma_3 = -\sigma_1$ ,  $\sigma_2 = 0$ . Pelo critério de Tresca tem-se :  $\tau_{\max} = \sigma_1 = \bar{\sigma} / 2$ . Pelo critério de von Misses tem-se :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} (\sigma_1^2 + \sigma_1^2 + 4\sigma_1^2)} = \sqrt{3} \sigma_1$$

podemos ver pela figura abaixo :

$$\tau_{\max} = \sigma_1 = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} = 0,577 \bar{\sigma}$$





círculo de Mohr para cisalhamento puro.

Assim, no cisalhamento puro, existe uma diferença de 15% entre os valores de  $\tau_{\max}$  pelos critérios de Tresca e von Mises. Experimentos (com tração e cisalhamento combinados) indicam que o critério de von Mises (mais perto da realidade) é melhor que o de Tresca.

Quando as tensões em um dado ponto no metal atinge certo grau, especificado pelos critérios ( Tresca ou von Mises ), o material escoá plasticamente, isto é, inicia-se a deformação plástica. A análise da deformação plástica requer certas relações entre as tensões aplicadas e os campos de velocidade ( da cinemática, velocidade  $\epsilon$  e campo  $\epsilon'$  ). Tal relações existem entre as tensões ( no eixo principal ) e a taxa de deformação :

$$\epsilon'_1 = \lambda (\sigma_1 - \sigma_m)$$

$$\epsilon'_2 = \lambda (\sigma_2 - \sigma_m)$$

$$\epsilon'_3 = \lambda (\sigma_3 - \sigma_m)$$

As equações acima são chamadas de equações da plasticidade. A variável  $\lambda$  depende da direção do escoamento plástico, temperatura, material, deformação e taxa de deformação. As equações da plasticidade podem ser expressas também como a seguir :

$$d\epsilon_1 = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} (\sigma_1 - \sigma_m)$$

onde  $\bar{\epsilon}$  e  $\bar{\sigma}$  são tensão e deformação efetivas. A equação acima pode ser escrita como :

$$\epsilon_1 = \frac{3}{2} \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}} (\sigma_1 - \sigma_m)$$

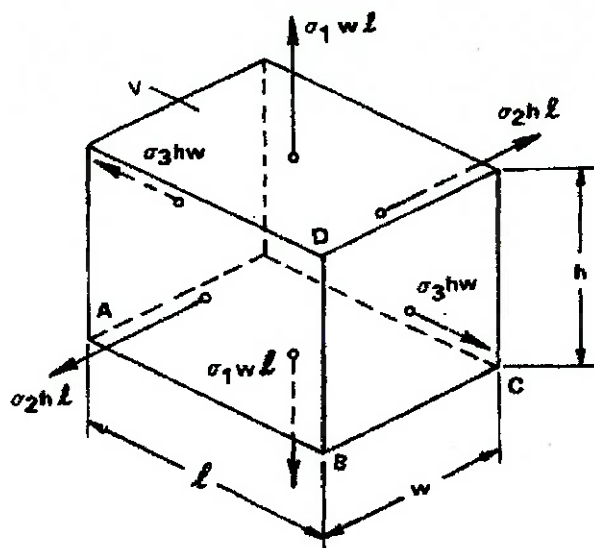
### 1.2.4 FORÇA E ENERGIA DE DEFORMAÇÃO

A deformação plástica é irreversível. A energia mecânica, consumida durante a deformação, é transformada em calor. Considerando novamente deformação homogênea tem-se as seguintes relações :

$$\epsilon_h = \ln \frac{h}{h_0}; \quad \epsilon'_1 = \frac{V_h}{h}$$

$$\epsilon_w = \ln \frac{w}{w_0}; \quad \epsilon'_2 = \frac{V_w}{w}$$

$$\epsilon_l = \ln \frac{l}{l_0}; \quad \epsilon'_3 = \frac{V_l}{l}$$



(figura retirada da referência : Avitzur, B., Metal Forming)  
deformação homogênea do bloco

Pela figura acima, a força instantânea de deformação é dado por :

$$P = \sigma_1 w l v_h + \sigma_2 h l v_w + \sigma_3 w h v_l$$

$$P = (\sigma_1 \epsilon'_1 + \sigma_2 \epsilon'_2 + \sigma_3 \epsilon'_3) V$$

onde  $V$  é o volume do bloco deformado. A seguir tem-se a energia de deformação :

$$E = V \int_0^t (\sigma_1 \epsilon'_1 + \sigma_2 \epsilon'_2 + \sigma_3 \epsilon'_3) dt$$

Com  $\epsilon' dt = d\epsilon$ , tem-se :

$$E = V \left( \int_0^{\epsilon_1} \sigma_1 d\epsilon_1 + \int_0^{\epsilon_2} \sigma_2 d\epsilon_2 + \int_0^{\epsilon_3} \sigma_3 d\epsilon_3 \right)$$

### 1.2.5 DEFORMAÇÃO E TAXA DE DEFORMAÇÃO EFETIVAS

A tensão de escoamento,  $\bar{\sigma}$ , é determinado por um teste uniaxial (compressão ou tração homogênea). Nas condições de deformação multiaxial, é necessário transformar as reações uniaxiais em multiaxiais.

Considerando um elemento e as principais direções, a energia de deformação,  $dW$ , durante o tempo :

$$dW = (\sigma_1 d\epsilon_1 + \sigma_2 d\epsilon_2 + \sigma_3 d\epsilon_3) V$$

ou derivando em  $dt$ , a força de deformação,  $P$  é :

$$P = \frac{dW}{dt} = (\sigma_1 \dot{\epsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\epsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\epsilon}_3) V$$

A deformação efetiva,  $\bar{\epsilon}$ , e a taxa de deformação,  $\bar{\epsilon}'$ , são definidos por :

$$dW = \bar{\sigma} d\bar{\epsilon} V$$

ou

$$P = \bar{\sigma} \bar{\epsilon}' V$$

das equações acima tem-se :

$$\bar{\sigma} \bar{\epsilon}' = \sigma_1 \dot{\epsilon}_1 + \sigma_2 \dot{\epsilon}_2 + \sigma_3 \dot{\epsilon}_3$$

Considerando volume constante :

$$\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_3 = 0$$

ou

$$\sigma_m (\dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_2 + \dot{\epsilon}_3) = 0$$

das equações acima tem-se :

$$\bar{\epsilon}^I = \epsilon^I_1(\sigma_1 - \sigma_m) + \epsilon^I_2(\sigma_2 - \sigma_m) + \epsilon^I_3(\sigma_3 - \sigma_m)$$

Usando o critério de von Misses :

$$\bar{\epsilon}^I = \frac{\epsilon^I_1(\sigma_1 - \sigma_m) + \epsilon^I_2(\sigma_2 - \sigma_m) + \epsilon^I_3(\sigma_3 - \sigma_m)}{\left\{ \frac{3}{2} [(\sigma_1 - \sigma_m)^2 + (\sigma_2 - \sigma_m)^2 + (\sigma_3 - \sigma_m)^2] \right\}}$$

Usando as equações da plasticidade, a equação anterior pode ser reduzida a :

$$\bar{\epsilon}^I = \sqrt{\frac{2}{3} (\epsilon^{I1^2} + \epsilon^{I2^2} + \epsilon^{I3^2})}$$

ou integrando :

$$\bar{\epsilon} = \int_{t_0}^{t_1} \bar{\epsilon}^I dt$$

### 1.3 ASPECTOS DAS ANÁLISES LIMITE

São extremamente difíceis de se obter soluções analíticas exatas para processos de forjamento de metais, e, no momento é inevitável utilizar-se de aproximações e soluções simplificadas. Certos métodos de aproximações levam a soluções inexatas para a aplicação do limite. Outras aproximações, como de elementos finitos e o método diferencial finito, são numéricos e não analíticos. A análise limite é uma alternativa de aproximação analítica que está com crescimento de aceitação e frequência de utilização. Foram desenvolvidos duas soluções separadas : do limite superior e do limite inferior. Neste trabalho só enfocaremos o método de análise do limite superior.

Soluções exatas nos problemas de forjamento de metais podem ser obtidos apenas pelas seguintes regras através de condições pré-determinadas :

- as equações diferenciais de equilíbrio para tensão de tração tem de ser satisfeita ao longo do corpo em deformação;
- escoamento manter-se constante, isto é, volume constante. Qualquer deformação ou taxa de deformação obtidos de deslocamento incompressível ou campo de velocidade automaticamente satisfaz a compatibilidade;
- as relações entre as tensões internas e o escoamento real no material deve ser conhecido e obedecido. Como essas relações são complexas e não são totalmente conhecidos para materiais reais, utiliza-se normalmente uma versão simplificada do comportamento dos materiais no estudo da conformação de metais, isto é, o critério de von Mises;
- as condições limites geométrica e estática tem que ser satisfeita, incluindo o comportamento do atrito através da interface peça-ferramenta.

Quando estas condições são satisfeitas, determina-se uma solução final e única dos estados de tensão e deformação em toda a peça e seus limites.

Qualquer corpo se deformando, como um metal em deformação plástica, é submetido a tensões internas em todas as suas partes. As tensões em cada ponto não podem ser determinados totalmente até que os nove componentes das tensões de tração forem dados. Cada elemento infinitesimal em todo corpo em deformação deve estar em equilíbrio, isto é, as resultantes de todas as



forças é zero. Considerando um elemento retangular com as componentes das tensões, as equações diferenciais de equilíbrio podem ser derivadas fazendo com que as forças em cada direção seja nula.

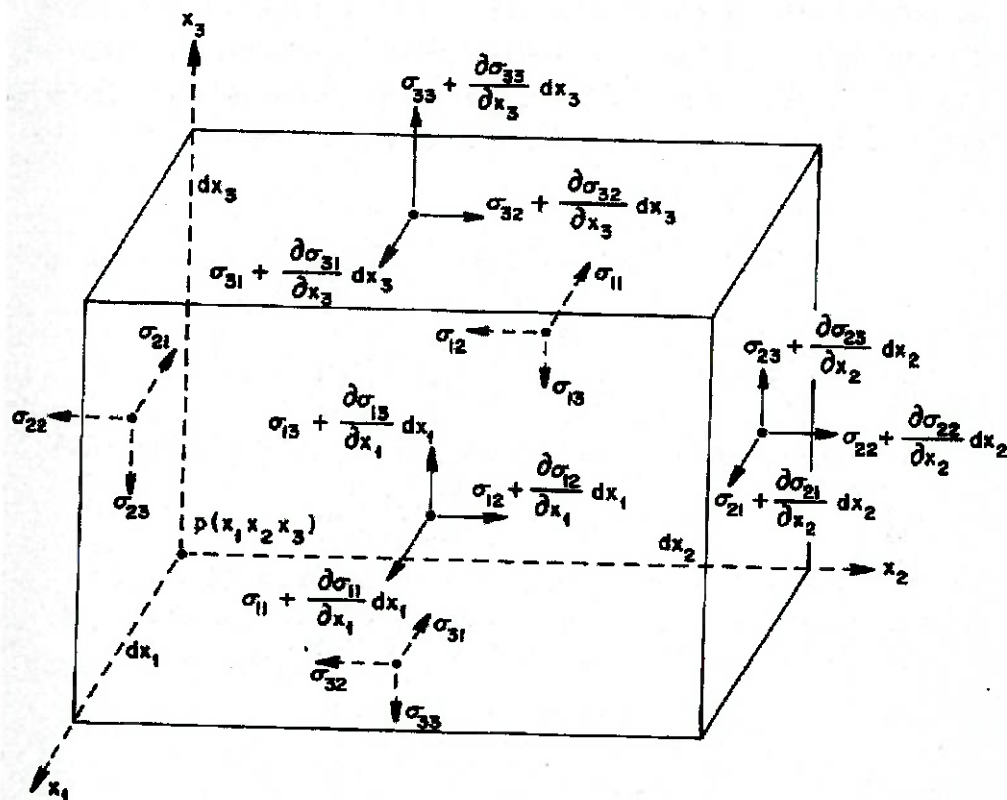
$$\frac{\partial \sigma_{i1}}{\partial x_i} + F_1 \equiv \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_3} + F_1 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{i2}}{\partial x_i} + F_2 \equiv \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_3} + F_2 = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{i3}}{\partial x_i} + F_3 \equiv \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + F_3 = 0$$

ou

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + F_j = 0$$



(figura retirada da referência : Avitzur, B., Metal forming.)

As forças num corpo são gravidade, inércia, forças magnéticas, etc, que agem em elemento de volume. As três equações diferenciais devem ser satisfeita por qualquer campo de tensões valido como solução. Assim estas equações são conhecidas como equações diferenciais de equilíbrio ou equações de equilíbrio.

A deformação de um corpo pode ser descrito pelo deslocamento, onde o vetor deslocamento  $U_i = (U_1, U_2, U_3)$  é específico em cada parte do corpo. Cada elemento do vetor é a função posição. Dado o vetor deslocamento, os componentes da tensão pode ser determinado para cada ponto pelas relações a seguir ( no sistema cartesiano) :

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

ou

$$\epsilon_{11} = \frac{\partial U_1}{\partial x_1}$$

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_1}{\partial x_2} + \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \right)$$

$$\epsilon_{22} = \frac{\partial U_2}{\partial x_2}$$

$$\epsilon_{23} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_2}{\partial x_3} + \frac{\partial U_3}{\partial x_2} \right)$$

$$\epsilon_{33} = \frac{\partial U_3}{\partial x_3}$$

$$\epsilon_{31} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_3}{\partial x_1} + \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \right)$$

A lei do estado de incompressibilidade onde não ocorre mudança de volume durante a deformação :

$$\epsilon_{ii} = \epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} = 0$$

Durante a deformação plástica, os componentes de deformação plástica são consideravelmente maiores que os componentes elásticos. Deste modo não é considerada a porção elástica da deformação. Como será visto a seguir, isto se encaixa na definição von Misses. Desde de a deformação plástica

sempre ocorra sem variação de volume, sempre se aplicará a hipótese de incompressibilidade. Consequentemente se o campo de deslocamento obedecer a expressão  $\epsilon_{ii} = 0$  indica que a compatibilidade é mantida.

Para maiores deformações plásticas, a figura instantânea, mais propriamente que as relações entre as formas iniciais e finais, é mais fácil de se controlar. Assim, o vetor de deslocamento é trocado pelo vetor velocidade, descrevendo a velocidade de cada ponto no corpo em deformação em qualquer momento :

$$U_i^l = (U_1^l, U_2^l, U_3^l)$$

Os componentes da tração ficam :

$$\epsilon_{ij}^l = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i^l}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^l}{\partial x_i} \right)$$

Compatibilidade e a lei de incompressibilidade são portanto :

$$\epsilon_{ii}^l = \epsilon_{11}^l + \epsilon_{22}^l + \epsilon_{33}^l = 0$$

### 1.3.1 ADAPTAÇÃO DO CRITÉRIO DE VON MISSES

O objetivo da conformação de metais é mudar permanentemente o formato da peça trabalhada através da deformação plástica. São impostas forças através de ferramentas que causam tensões e deformações internas que ultrapassam o limite elástico da peça. As condições atuais de controlar o campo pode ser complicado e desprezam formulações, ou, se a formulação é possível, despreza o tratamento. Assim várias regras simplificadas como máxima tensão de carregamento, máxima tensão de cisalhamento, etc, foram propostos como critério quando o estado plástico era atingido. Aqui entra o critério de von Misses. Este critério propõe que o escoamento plástico começa quando certa combinação de componentes da tensão atinge o valor característico. Em forma matemática :

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} = \frac{1}{2} (S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2) + S_{12}^2 + S_{23}^2 + S_{31}^2 \leq \frac{\sigma_0^2}{3}$$

onde :

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} S$$

$$S = \frac{1}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{quando } i = j \\ 0 & \text{quando } i \neq j \end{cases}$$

Assim, para uma solução completa, todos componentes da tensão devem obedecer o critério de von Misses em todo o corpo. Essas restrições suplementa a demanda para a força de equilíbrio como foi expresso pela equação diferencial de equilíbrio. Essas são as restrições impostas a tensão,  $\sigma_{ij}$ . Os requisitos para as taxas de deformação e tensão são expressos separadamente em forma de compatibilidade ou volume constante. Na realidade, no entanto, para qualquer material, a tensão e deformação são introduzidos simultaneamente quando a peça é submetida a cargas.

Consequentemente, os componentes da tensão estão relacionados com os componentes da deformação e da taxa de tensão-deformação.

Para deformações elásticas, a regra utilizada que relaciona a deformação e tensão é a lei de Hooke :

$$S_{ij} = E \epsilon_{ij}$$

mostra que os componentes do desvio d tensão são proporcionais aos respectivos componentes tensão deformação com a constante de proporcionalidade, E, o módulo elástico. Além disso, a lei de Hooke sugere que os componentes hidrostáticos da tensão , S, é proporcional a variação volumétrica,  $\Delta$  , com a constante de proporcionalidade sendo G, o módulo volumétrico da elasticidade é :

$$S = G \Delta$$

onde

$$\Delta = \frac{1}{3} \epsilon_{ii} = \frac{1}{3} (\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33})$$

Observação : Na deformação elástica de metais ocorre uma variação de volume desprezível segundo a taxa de Poisson. Esse efeito não será considerado neste trabalho.

Uma lei equivalente para o escoamento viscoso :

$$S_{ij} = 2\eta \dot{\epsilon}_{ij}$$

aqui os componentes da tensão de cisalhamento no fluido são proporcionais aos respectivos componentes de cisalhamento e taxa de deformação. Para fluidos o fator de proporcionalidade,  $\eta$ , é a viscosidade do fluido.

Para deformação elástica em grande escala em metais, a relação entre tensões e escoamento são muito complexos e não totalmente determinados. Quando alguém considera os efeitos da taxa de deformação, mudança de temperatura, não homogeneidade, não isotrópico, etc, fica claro que uma

relação precisa não pode ser alcançado. Todavia, para uma solução completa e precisa, as atuais características destas relações são aplicáveis para aceitáveis tensões e deformações ou taxa de deformações.

Como proposto por von Misses, esse modelo sugerido ignora deformações elásticas e assume que o escoamento começa somente quando a carga aplicada é suficientemente para iniciar pelo critério de von Misses. Os componentes do desvio da tensão são relacionados com os componentes da taxa de deformação pela equação a seguir :

$$S_{ij} = \pm \frac{\sigma_0}{3^{1/2}} \frac{\epsilon_{ij}^I}{[(1/2) \sum_{kl} \epsilon_{kl}^I \epsilon_{kl}^I]^{1/2}}$$

Os materiais que obedecem esta equação são homogêneos, isotrópicos, não sofrem deformação elástico, e escoará indefinidamente à carregamentos constantes no momento em que se inicia o escoamento. Os componentes do desvio da tensão no material de von Misses relaciona taxas de deformação de tal maneira que se todos os componentes da tensão mudarem proporcionalmente, os componentes do desvio da tensão permanecerão constantes, isto é, não muda os seus valores. Portanto, o material de von Misses é insensível a mudança da taxa.

Apesar da simplicidade deste modelo, experiências mostram que é um instrumento muito potente para se manusear e prover soluções práticas nos processos de conformação de metais. Os efeitos da taxa de deformação, mudança de temperatura, e até material não homogêneo e não isotrópico podem ser manuseados utilizando os valores efetivos da tensão, da deformação e da taxa de deformação.

### 1.3.2 APROXIMAÇÃO PELO LIMITE SUPERIOR

O teorema do limite superior, elaborado por Prager e Hodge, cita que entre todos os campos da taxa de deformação cinemática admissível minimiza a seguinte equação :

$$J^* = 2^{1/2} k \int_V (\epsilon'_{ij} \epsilon'_{ij})^{1/2} dV - \int_{S_t} T_i v_i dS$$

O termo  $J^*$  é o cálculo do limite superior em potência. O primeiro termo a direita é a força interna de deformação, e o segundo a força adquirida para superar as tensões externas,  $T_i$ , opondo-se ao processo de deformação.

Nesta análise é considerado que todo material a ser utilizado obedeça ao critério de von Misses. Portanto, utilizando o campo de tensão uniaxial tem-se :

$$k = \frac{\sigma_0}{3^{1/2}}$$

Então a equação do limite superior fica :

$$J^* = \frac{2}{3^{1/2}} \sigma_0 \int_V \left( \frac{1}{2} \epsilon'_{ij} \epsilon'_{ij} \right)^{1/2} dV - \int_{S_t} T_i v_i dS$$

Em aplicações para conformação de metais inclui-se o conceito de superfície de descontinuidade da velocidade no modelo de conformação. Esta adição apresentada por Druker e al., modifica a expressão :

$$J^* = \frac{2}{3^{1/2}} \sigma_0 \int_V \left( \frac{1}{2} \epsilon'_{ij} \epsilon'_{ij} \right)^{1/2} dV + \int_{S_v} \tau |\Delta v| dS - \int_{S_t} T_i v_i dS$$



As forças de inércia podem ser adicionadas colocando um termo de força que supere a inércia do material indeformável :

$$J^* = \frac{2}{3^{1/2}} \sigma_0 \int_V \left( \frac{1}{2} \epsilon_{ij} \epsilon_{ij} \right)^{1/2} dV + \int_{S_v} \tau |\Delta v| dS - \int_{S_t} T_i v_i dS + \frac{1}{2} \frac{\rho}{g} V_i^3 dS$$

onde :

$\rho$  = densidade em peso do material;

$g$  = aceleração da gravidade;

$V_i$  = velocidade do centro de massa do corpo;

$S_N$  = área da seção transversal perpendicular à direção do escoamento.

Outros dois fatores contribuem para a força total requerida e tem importante influencia nos estudos dos defeitos, falhas, e estragos internos associado com deformação plástica são abertura de poros e energia superficial. Quando os poros abrem ou fecham no interior da peça, o volume aparente aumenta ou diminui respectivamente. A força associada a mudança de volume é :

$$W_p^l = V^l \times p$$

onde :

$V^l$  = taxa de mudança de volume;

$p$  = pressão ambiente ou componente hidrostático da tensão.

Observação : a mudança de volume devido a abertura de poros não viola o conceito do volume constante.

A última equação de  $J^*$  acima é uma parte da integral do segundo termo das equações anteriores. Esse termo não precisa ser calculado independentemente; é apresentado apenas para ilustração. A pressão externa apresenta um papel maior suprimindo estragos e induzindo a ductilidade na tecnologia moderna de conformação de metais.

Quando ocorre a deformação plástica, a superfície externa da peça sofre mudanças. A mudança em área da interface da superfície está associado com a

mudança de energia da peça ou com a força que foi aplicada para causar a deformação. A energia associada com a mudança da área da superfície externa da peça é sempre muito menor comparado com a força de deformação interna e é normalmente desconsiderada, com exceção para fibras muito finas.

Contudo, para estragos internos quando bilhões de poros de volume extremamente baixo acarreta num aumento de área superficial, a energia superficial pode tornar-se em fator que controla o modelo de deformação. A energia superficial é calculado pela equação :

$$W_{\gamma} = \gamma \frac{ds}{dt}$$

onde :

$\gamma$  = crescimento de energia com a introdução unitária de uma nova área;

$\frac{ds}{dt}$  = taxa de introdução de novas superfícies.

Um obstáculo para introduzir a energia superficial de maneira rigorosa é a falta de confiabilidade dos valores para  $\gamma$ . É conhecido que  $\gamma$  é uma função da forma da superfície, do tipo de material, da atmosfera, da temperatura e etc. Apesar disto, a aproximação pelo limite superior é capaz de lidar com estes fatores e é aparente que a energia superficial serve para diminuir a taxa de abertura dos poros e estragos internos.

Em geral, as análises de energias são mostradas com postulados da cinemática dos campos de velocidades admissíveis e fazendo cálculos destes campos de velocidades temos a força de deformação interna  $W_i^l$ , força de cisalhamento  $W_s^l$ , força para de reação a força externa  $W_b^l$ , força de inércia  $W_k^l$ , energia de abertura dos poros  $W_p^l$ , e energia superficial  $W_{\gamma}^l$ . Temos :

$$J^* = W_i^l + W_s^l + W_b^l + W_k^l + W_p^l + W_{\gamma}^l$$

Onde :

$$W_l^I = \frac{2}{3^{1/2}} \sigma_0 \int_V \left( \frac{1}{2} \epsilon_{ij}^I \epsilon_{ij}^I \right)^{1/2} dV ;$$

$$W_s^I = \int_{S_v} \tau |\Delta v| ds ;$$

$$W_b^I = - \int_{S_t} T_i v_i ds ;$$

$$W_k^I = \frac{1}{2} \frac{\rho}{g} \int_{S_N} V_i^I{}^3 ds ;$$

$$W_p^I = V^I \bullet p \quad \text{está implícito em } W_b^I ;$$

$$W_\gamma^I = \gamma \frac{ds}{dt} .$$

Onde  $W_s^I$  é válido para os cisalhamentos dentro da peça e a interface peça-ferramenta e também um termo de ruptura.

De todos os termos acima, os dois primeiros são sempre positivos por definição. Os outros podem ser positivos quando ele somam com a força exigida ou negativo quando fornecem energia. Por exemplo, quando o movimento da peça é diminuído, quando o volume de poros diminui, ou quando a área total da superfície reduz-se,  $W_k^I$ ,  $W_p^I$ , e  $W_\gamma^I$ , respectivamente, são negativos.

Não são todos os termos da força que necessariamente será incluído na análise de cada problema : alguns termos podem ser nulos e outros podem ser considerados irrelevantes por terem valores muito pequenos. Além disso, para lidar com a força para superar a pressão externa calculando  $W_b^I$  ou  $W_p^I$ , ou ambos, podem ser determinados arbitrariamente para facilitar a solução.

Com o postulado da cinemática dos campos de velocidades admissíveis, as taxas de tensão, acelerações, taxa de abertura de poros, e mudanças na área da superfície são todos calculáveis, resultando em uma avaliação numérica de  $J^*$ . A cinemática dos campos de velocidade admissível é uma representação matemática do movimento do material e é derivado das condições necessárias do limite. Para ser admissível :

- os componentes da velocidade e suas primeira derivadas devem ser contínuos exceto para superfícies permissíveis com descontinuidade de velocidade;
- os componentes da velocidade devem obedecer a condição de incompressibilidade (equivalente a admitir que a soma das deformações principais e os componentes da taxa de deformação sejam zero);
- as condições de limite dadas pela geometria deve ser encontrada.

Assim a cinemática do campo da taxa de deformação admissível pode ser derivado do campo de velocidade e aplicado ao teorema do limite superior como foi derivado e provado por Hill e Drucker et al..

### 1.3.3 DETALHE DO ESTUDO DOS MODELOS DE ESCOAMENTO

O primeiro passo na aplicação do teorema do limite superior é assumir um modelo de deformação. Deve-se fazer uma tentativa para que o campo assumido se pareça o mais próximo possível do verdadeiro; semelhança precisa, no entanto, é freqüentemente comprometido. Detalhes de fotos ponto a ponto do processo da deformação são bastante úteis para auxiliar na lógica da investigação para compreender os campos de velocidades assumidos. Os três melhores métodos para obter detalhes do modelos de escoamento são : plasticidade visual, métodos dos elementos finitos e método da diferença finita.

A plasticidade visual foi descrito por Thomsen et al. e muito outros pesquisadores. Uma grelha é prensada ou imprimida numa peça ou modelo, para servir de referencia, antes da deformação. São tiradas fotos durante o processo de deformação em pequenos intervalos de tempo para permitir a construção de modelos de escoamento e campos de deformação e taxa de deformação durante o estado de escoamento contínuo e não contínuo. Lugares de trincas são marcados em uma face, remontados e retirados da matriz depois de cada etapa. Mais recentemente, matrizes complicadas com janelas transparentes e movimentos através de fotos com análise de computadores tem sido instrumentos para acelerar e facilitar o processo lento da análise plástica visual. Através de programas apropriados, com apenas uma foto de uma grelha distorcida no estado de escoamento contínuo é suficiente para determinar o escoamento, a taxa de deformação e as deformações.

O estudo através do método da plasticidade visual depende de processos experimentais. Uma alternativa é utilizar a análise numérica como : os métodos dos elementos finitos e da diferença finita.

Para conformação de metais a análise pelo método dos elementos finitos, a peça é primeiramente dividida em pequenas partes. O procedimento é avaliar a dissipação da força em cada divisão e mover para o elemento vizinho, variando a distorção através da minimização da força total requerida.

No método da diferença finita, ou teoria do potencial de escoamento, as linhas de escoamento são determinadas pela sua propriedade característica de

estar em qualquer lugar perpendicular as linhas equipotenciais. O melhor modelo é determinado através da avaliação do potencial, utilizando incrementalmente a distância e minimizando a força total requerida.

Os dois últimos métodos só podem ser utilizados através da ajuda de computadores. As propriedades materiais como a relação tensão-deformação, as características de deformação, dependência da taxa de deformação, a dependência da resistência a temperatura, e capacidade térmica podem ser incluídas nos cálculos. O procedimento, no entanto, é um pouco comprido e difícil de controlar. Além disso, cada mudança em qualquer variável numérica de parâmetro independente como redução, configuração da peça, atrito, velocidade, temperatura, e propriedades materiais necessitará que se repita todo o procedimento.

Quando uma solução detalhada é fornecida por esses dois últimos métodos, a introspecção nas características do escoamento do metal é grande e os valores comparados com aqueles achados pelo método plástico-visual.

## 2. ANÉIS DE COMPRESSÃO

Com uma análise de divisão por elementos, Kunogi introduziu teoricamente uma possibilidade de se calcular o atrito em ensaios de compressão, que foi revisto por Kudo utilizando o método do limite superior. No entanto a avaliação quantitativa foi desenvolvida por Male e Cockcroft.

Avitzur e colaboradores se basearam no trabalho de Kudo e desenvolveram uma expressão analítica do raio neutro, onde não ocorre embarrilhamento e posteriormente desenvolveram uma outra expressão onde se considera o embarrilhamento. A partir dessas análises surgiram outras, algumas envolvendo ensaios com análise da tensão de escoamento. Surgiram outras análises envolvendo outros métodos numéricos como limite inferior, método geral de Hill.

Kudo fez a primeira análise teórica do método do limite superior onde ele considerou que as superfícies interna e externa paralelas durante a deformação, isto é, considerou como se a peça fosse um corpo cilíndrico sem a ocorrência de embarrilhamento da peça, com fluxo de material com campo de velocidade paralelos.

Male e Cockcroft a partir do trabalho de Kudo realizaram ensaios de compressão de anéis com determinada proporção geométrica  $6:3:2 (R_i:R_e:T)$ , com diversos materiais. Os parâmetros foram a mudança percentual no diâmetro interno com quantidade de deformação (redução da altura). Os experimentos foram feitos sob diferentes condições de atrito, como aderência completa (emgripamento), atrito intermediário e nulo. O resultado é apresentado sob forma de curvas de calibração e que esses resultados só valem para a proporção geométrica  $6:3:2$ .

Eles utilizaram a análise de Schroeder e Webster de forjamento de discos sólidos para fazer uma comparação entre suas curvas e uma curva teórica dos valores intermediários, devido a falta de recursos de análise teórica da época. Notou-se que os resultados do fator de atrito ( $m$ ) eram muito maior do que os obtidos pelo ensaio de disco sólido onde a diferença chegava a uma ordem de 1,4 vezes maior, e para fatores de atrito menores podia atingir até 2 vezes.

Este estudo mostrou que os resultados das curvas experimentais e teóricas do atrito eram satisfatórios para diferentes condições de atrito, e que o fator de atrito é um parâmetro representativo nas condições de atrito interfacial em processo de conformação plástica.



(figura retirada da referência : Avtizur, B., Metal Forming.)



### 3. MODELAGEM PELO MÉTODO DO LIMITE SUPERIOR

A modelagem pelo método numérico do limite superior foi iniciada por Kudo e complementado por Avitzur. Seu estudo determina uma expressão para uma superfície neutra que divide as regiões de fluxo radial para dentro e para fora, a partir de mínima dissipação de energia e integração passo a passo, para prever a mudança de geometria. A sua solução é baseada nas seguintes suposições:

- (1) o material obedece o critério de escoamento de von Misses, isto é, durante a deformação não ocorrerá encruamento, não ocorre deformação elástica, e não ocorre mudança volumétrica.
- (2) a deformação do anel é uniforme através de sua espessura, isto é, tensão de atrito distribuída uniformemente ao longo do anel, portanto não ocorre embarrilhamento.
- (3) existência do fator de atrito( $m$ ) para os corpos envolvidos sob condições de temperatura superficial constante tal que obedeça a equação:

$$\tau = \frac{m \cdot S_y}{\sqrt{3}}$$

As expressões de campo de velocidade nas direções radial, axial e circunferencial são respectivamente:

$$U_r = -\frac{1}{2} \frac{U}{T} \left[ 1 - \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \right]$$

$$U_y = U \frac{y}{T}$$

$$U_\theta = 0$$

correspondentes às taxas de deformação :

$$\epsilon_{rr} = \frac{\partial u_r^I}{\partial r} = \frac{1}{2} \epsilon_{yy} \left[ 1 + \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \frac{u^I}{T} \left[ 1 + \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \right]$$

$$\epsilon_{\theta\theta} = \frac{\partial u_r^I}{\partial r} = -\frac{1}{2} \epsilon_{yy} \left[ 1 - \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \right] = -\frac{1}{2} \frac{u^I}{T} \left[ 1 - \left( \frac{R_n}{R} \right)^2 \right]$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{u^I}{T}$$

$$\epsilon_{r\theta} = \epsilon_{\theta y} = \epsilon_{yr} = 0$$

A potência interna consumida :

$$W_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \epsilon_{ij} \epsilon_{ij}} dV$$

Enquanto que a potência dissipada pelo atrito é :

$$W_f = \int_S \tau |u_f^I| dS = \int_S \left( m \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \right) |u_f^I| dS$$

Considerando a energia total dada por :

$$J^* = W_i + W_f$$

Através do método do limite superior temos:

Para  $0 < R_n \leq R_i$ , expansão do raio interno, o raio neutro é determinado pela seguinte fórmula:

$$\left(\frac{R_n}{R_e}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \frac{\left[ 1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^4 \cdot X^2 \right]}{\sqrt{X \cdot (X-1) \left[ 1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^4 \cdot X \right]}} \right\}$$

onde :

$$X = \left\{ \frac{R_e}{R_i} \cdot \exp \left[ -m \cdot \frac{R_e}{T} \left( 1 - \frac{R_i}{R_e} \right) \right] \right\}$$

Para  $R_i \leq R_n \leq R_e$ , encolhimento do raio interno, para se determinar o raio neutro,  $(R_n/R_e)$  é encontrado iterativamente por aproximações sucessivas, neste caso utilizou-se o método de Newton-Raphson ou também chamado método das tangentes para a equação:

$$2 \cdot m \cdot \frac{R_e}{T} \left( 1 + \frac{R_i}{R_e} - 2 \cdot \frac{R_n}{R_e} \right) + \left[ \left( \frac{R_i}{R_e} \right)^2 \cdot \frac{\left( \frac{R_n}{R_e} \right)^2 + \sqrt{3 + \left( \frac{R_n}{R_e} \right)^4}}{\frac{R_n}{R_e} + \sqrt{3 \cdot \left( \frac{R_i}{R_e} \right)^4 + \left( \frac{R_n}{R_e} \right)^4}} \right] = 0$$

Para o valor inicial do processo iterativo utilizou-se da seguinte expressão:

$$\left(\frac{R_n}{R_e}\right) = \frac{2 \cdot m \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{R_e}{T}\right)}{\left(\frac{R_e}{R_i}\right)^2 - 1} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\left[ 1 + \left(\frac{R_i}{R_e}\right) \right] \cdot \left[ \left(\frac{R_e}{R_i}\right)^2 - 1 \right]}{2 \cdot m \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{R_e}{T}\right)}} - 1 \right\}$$

Os cálculos são iniciados assumindo um valor para o fator de atrito e calculando a posição do raio neutro, de acordo com as dimensões do anel. A cada instante com a mudança incremental das dimensões do anel temos:

-para o raio externo instantâneo:

$$Re^I = \sqrt{Re + (Re^2 - Rn^2) \cdot \frac{dT}{T^1}}$$

- raio interno instantâneo:

$$Ri^I = \sqrt{(Re^I)^2 + (Re^2 - Ri^2) \cdot \frac{T}{T^1}}$$

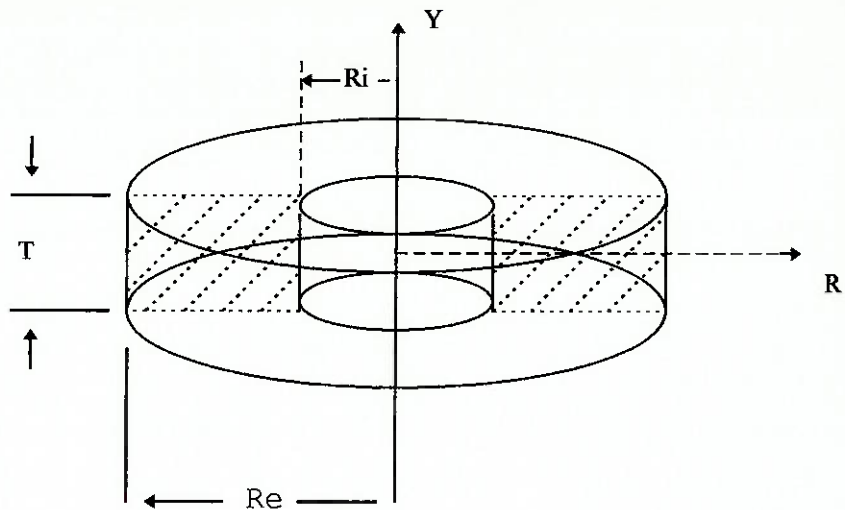
onde:

$$T^1 = T - dT$$

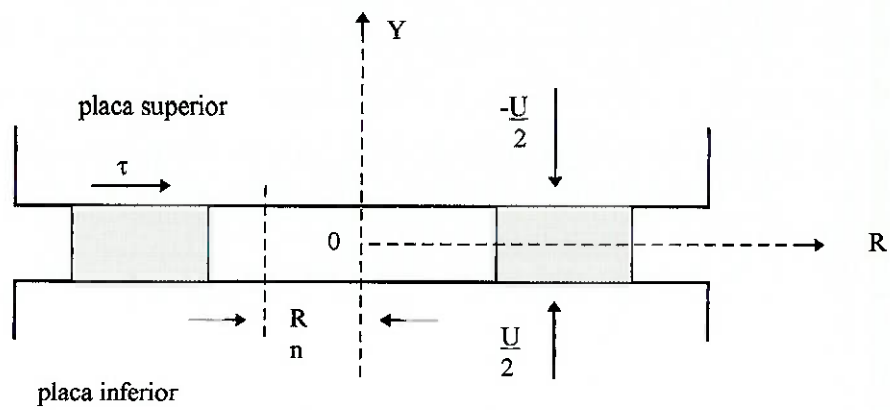
Também é calculado a variação do raio interno e a variação da altura(T) (em porcentagem), são respectivamente:

$$DID = - \left( \frac{2 \cdot Ri^I - Di}{Di} \right) \cdot 100$$

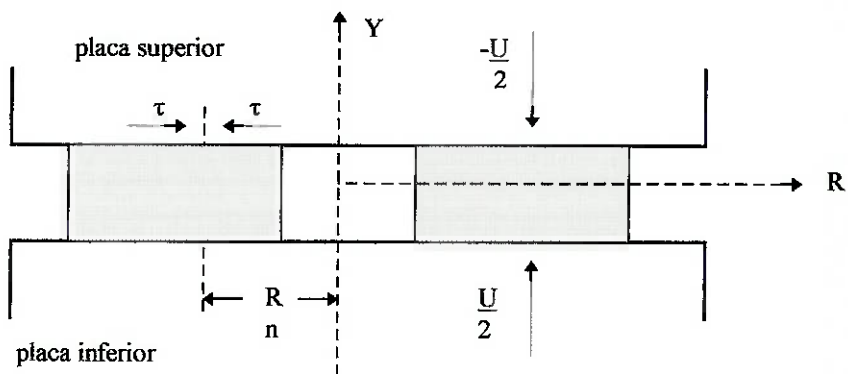
$$RT = \left( \frac{T - T^I}{T} \right) \cdot 100$$



$R_n < R_i$



$R_n > R_i$



#### **4. FATORES QUE AFETAM O ESTUDO(CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS)**

Os trabalhos na maioria das vezes enfoca apenas efeitos individuais das variáveis que afetam o ensaio de compressão do anel, dificultando a comparação dos dados experimentais. Os fatores investigados são: acabamento superficial da matriz, lubrificação, velocidade de deformação e a temperatura do corpo de prova.

Male estudou a influencia da temperatura sobre o atrito. Descobriu que o coeficiente de atrito muda com a temperatura e também com a deformação. Com o aumento da temperatura o coeficiente de atrito pode aumentar até um atrito máximo com aderência total ou baixar. Em temperaturas baixas o filme contaminante absorvido na interface peça-ferramenta é um fator de grande importância para o atrito, enquanto para as temperaturas altas, a natureza do óxido produzido na superfície do metal também exerce grande influencia sobre o atrito. Em alguns casos os óxidos serve como um lubrificante.

Existem vários estudos sobre a influencia da temperatura onde na maioria dos casos não há concordância dos resultados. Como o trabalho de Venugopal comprimindo anéis de ferro Armco com espessura de 14mm e diâmetros de 21 e 42, concluiu que a temperatura não tem um efeito significativo sobre o valor do atrito.

Recentes trabalhos como de F.Wang e J.G.Lenard indicou que o aumento na taxa de deformação em três ordens de magnitude causou uma redução de quase 1/3 da força de atrito, na compressão de anéis a quente de aço micro ligado.

Estes resultados são semelhantes aos de Pawelski et alii, ao considerarem camada de óxidos superficiais, condição de lubrificação, taxa de deformação e da temperatura e respectivos fatores de atrito. Foram utilizados três tipos diferentes de materiais:aço carbono, aço inoxidável e aço ferramenta. O lubrificante é uma mistura de um éster sintético e grafite. Para aços ligados, na condição lubrificada, o fator de atrito aumentou com a deformação e com a redução da taxa de deformação. Para o aço carbono não foi constatada uma dependência substancial entre as variáveis.

Existem trabalhos envolvendo a análise de compressão de anéis utilizando-se redes neurais artificiais, por Xu, Rao, Watanabe e Hua. Onde a rede propagação regressiva em multi camadas é feito para predizer o atrito interfacial e a tensão de escoamento do material do anel. Utilizou-se três tipos de esquemas de redes: usando uma rede, utilizando duas redes com prognóstico paralelo e com múltiplo prognóstico com duas redes. As simulações foram feitas com a proporção de 6:3:2(De:Di:T). Os resultados foram satisfatórios com erro de prognóstico de apenas 1,7% e 2% no máximo, para o atrito e a tensão de escoamento respectivamente.

## 5. METODOLOGIA E ESPAÇO DE TRABALHO

O propósito dos testes de compressão é determinar curvas de escoamento contínuo dos materiais, e o melhor modo de calcular a relação dos dados tensão - deformação resultados da força-deflexão é utilizar um programa de computador. E esta idéia levou ao desenvolvimento de um programa, programa que foi desenvolvido pelo professor Batalha e que foi entregue a minha pessoa uma versão que não funcionava, para tentar achar o erro e solucioná-lo.



## 5.1 ESPAÇO DE TRABALHO

O objetivo principal deste trabalho é arrumar o programa que o professor Batalha desenvolveu e gerar uma curva de calibração ou tabela para o teste de compressão de anéis. O programa foi feito em linguagem Turbo Pascal com compilador Turbo Pascal versão 6.0. O programa seria capaz de gerar um arquivo onde armazena todos os dados que são calculados a partir da geometria inicial da peça, fator de atrito e taxa de encolhimento da peça que o usuário fornece. O gráfico seria gerado pelo programa Excel do Windows onde seria taxa de redução da espessura pela taxa de redução do raio interno.

O programa pode gerar dados a partir da relação de proporção da peça de 6:3:2 ou 6:3:1 (diâmetro externo : diâmetro interno : espessura). No entanto, de acordo com a análise teórica de Avitzur encontrou-se para a proporção geométrica de 6:3:0,5 ( $D_i:D_e:T$ ), são satisfeitos todos os níveis de tensão de atrito; para a proporção 6:3:1, são satisfeitos apenas para baixos níveis de tensão de atrito; e a proporção 6:3:2, o valor o fator de atrito vale o dobro do valor atual e pode ser determinado colocando as condições de atrito. Isto é absurdo desde de que o valor máximo do fator de atrito vale 1. Mas, existem evidencias de que a proporção geométrica de 6:3:2 dão bons resultados (Abdul e Bramley).

A análise da compressão de anéis para geração de curvas depende da redução da espessura. A redução é dividido em vários incrementos e a iteração depende do número de incrementos e a condição é que o incremento seja suficientemente pequeno deste modo pode se gerar curvas mais precisas. Desde de que a redução incremental tem um efeito significativo nos resultados, o programa não pode permitir que o usuário possa alterar o número de redução incremental.

Os efeitos da temperatura no atrito interfacial e ou a pressão envolvida não são considerados nos cálculos. O usuário deverá fornecer a geometria inicial (diâmetro externo, diâmetro interno e espessura inicial), o fator de atrito e a espessura final da peça após a deformação.

## 5.2 METODOLOGIA

A saída de dados esperada para o programa era um arquivo vários pontos para ser levado ao programa Excel do Windows e plotar o gráfico, mas devido a problemas só se conseguiu a saída de um único ponto para cada entrada de dados e com isto foi feito uma tabela.

Através do dados o programa calcula a posição do raio neutro usando a seguinte equação :

$$\left(\frac{R_n}{R_e}\right) = \frac{2.m.\sqrt{3}.\left(\frac{R_e}{T}\right)}{\left(\frac{R_e}{R_i}\right)^2 - 1} \left\{ \sqrt{1 + \frac{\left[1 + \left(\frac{R_i}{R_e}\right)\right] \left[\left(\frac{R_e}{R_i}\right)^2 - 1\right]}{2.m.\sqrt{3}.\left(\frac{R_e}{T}\right)}} - 1 \right\}$$

E o valor do raio neutro é calculado utilizando as seguintes equações :

$$\left(\frac{R_n}{R_e}\right)^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \left\{ \frac{\left[1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^4\right] \cdot X^2}{\sqrt{X \cdot (X - 1) \left[1 - \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^4\right] \cdot X}} \right\}$$

$$2.m.\frac{R_e}{T} \left(1 + \frac{R_i}{R_e} - 2.\frac{R_n}{R_e}\right) + \left[ \left(\frac{R_i}{R_e}\right)^2 \cdot \frac{\left(\frac{R_n}{R_e}\right)^2 + \sqrt{3 + \left(\frac{R_n}{R_e}\right)^4}}{\frac{R_n}{R_e} + \sqrt{3.\left(\frac{R_i}{R_e}\right)^4 + \left(\frac{R_n}{R_e}\right)^4}} \right] = 0$$

Deve se notar que nesta ultima equação o  $R_n$  não pode ser calculado por métodos simples. O programa utiliza uma iteração matemática e o método de Newton-Raphson para conseguir convergir em um valor.

No cálculo da variação do raio interno e externo assume-se que o raio neutro permanece constante durante a deformação incremental ( $dT$ ). O novo raio interno e externo são determinados como constantes volumétricas. O raio externo se torna :

$$Re^I = \sqrt{Re + (Re^2 - R_n^2) \cdot \frac{dT}{T^1}}$$

onde ( $T^1$ ) denota espessura atual depois da deformação incremental e ( $dT$ ) representa a redução incremental. O raio interno muda de acordo com :

$$Ri^I = \sqrt{(Re^I)^2 + (Re^2 - Ri^2) \cdot \frac{T}{T^1}}$$

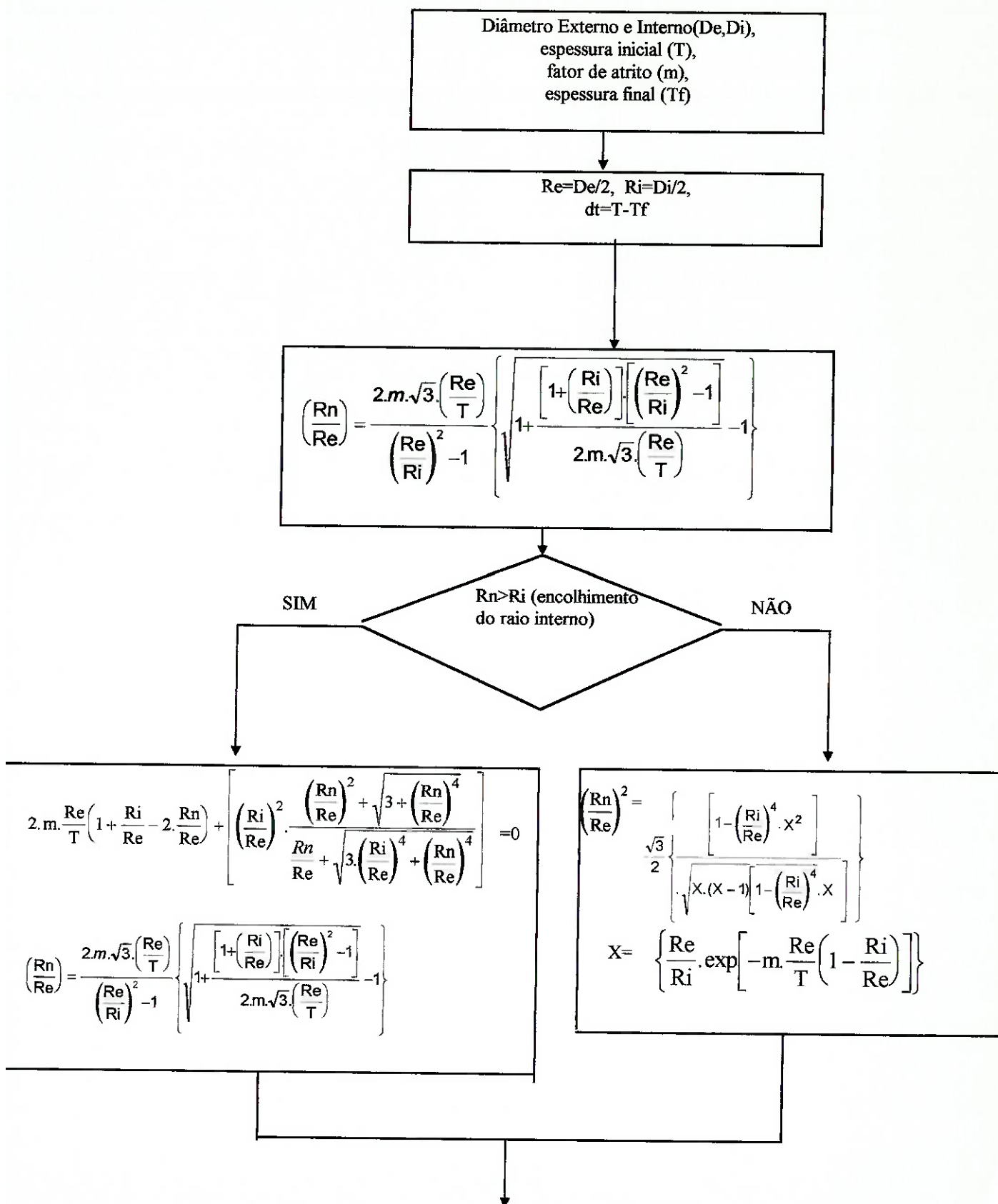
A redução da espessura ( $RT$ ) e a redução do raio interno ( $DID$ ) são calculados respectivamente pelas seguintes equações :


$$RT = \left( \frac{T - T^I}{T} \right) \cdot 100$$


$$DID = - \left( \frac{2 \cdot Ri^I - Di}{Di} \right) \cdot 100$$

Onde ( $Ri^I$ ) é o raio interno atual e  $Di$  é o diâmetro interno inicial. Quando a taxa de redução atinge o valor de 60% o cálculo dos pontos da curva é interrompido. Por outro lado é dado um novo incremento, e o processo acima é repetido. Para fator de atrito tem uma curva taxa de redução do diâmetro interno pela taxa de redução da espessura da peça.

## 6. FLUXOGRAMA




$$Ri^1 = \sqrt{(Re^1)^2 + (Re^2 - Ri^2) \cdot \frac{T}{T^1}}$$
$$T^1 = T - dT$$


$$DID = - \left( \frac{2 \cdot Ri^1 - Di}{Di} \right) \cdot 100$$
$$RT = \left( \frac{T - T^1}{T} \right) \cdot 100$$

## 7. PROGRAMA

```

program trab (input,output);
uses crt;
TYPE dados= record
                did: real;
                rt: real;
            end;
    arq= file of dados;

```

```

var m,xr,di,de,Re,Re1,Ri,Ri1,Rn,Rn1,dT,T,Ti,Tf:real;
    book: arq;
    taxa: dados;

```

```

function pow(x:real; e:integer):real;
var aux:real;
begin
    aux:=1;
    while e>0 do
        begin
            aux:=aux*x;
            e:=e-1;
        end;
    pow:=aux;
end;

```

```

procedure exp_raioint;
var x,aux1,aux2,aux3,aux4:real;
begin
    aux2:=pow((Ri/Re),4);
    aux3:=(Re/Ri)*EXP(-m*Re/T*(1-Ri/Re));
    x:=pow(aux3,2);
    aux1:=(SQRT(3)/2)*(1-aux2*pow(x,2))/(SQRT(x*(x-1)*(1-(aux2*x))));
    Rn:=SQRT(aux1)*Re;
end;

```

```

function valorinicial:real;
var aux:real;
begin
    aux:=2*SQRT(3)*m*Re/T/(SQRT(Re/Ri)-
1*(SQRT(1+(1+Ri/Re)*(SQRT(Re/Ri)-1)/(2*SQRT(3)*m*Re/T))-1);
    valorinicial:=1/aux;
end;

```

```

function funcao(var x:real):real;
begin
  funcao:=2*m*Re/T*(1+Ri/Re-
2/x)+LN(SQRT(Ri/Re)*(1+SQRT(1+3*pow(x,4)))/(1+SQRT(1+3*pow(Ri/Re,4)*p
ow (x,4))));
end;

```

```

function funcaoder(var x:real):real;
begin
  funcaoder:=(-2*((2*m*SQRT(3*pow(Re,4)+pow(x,4))-
x*T)*SQRT(3*pow(Ri,4)+pow(x,4))+x*T*SQRT(3*pow(Re,4)+pow(x,4)))/
(T*SQRT(3*pow(Ri,4)+pow(x,4))*SQRT(3*pow(Re,4)+pow(x,4))));
end;

```

```

procedure newton;
var contite,x,x1,der:real;
    erro,coderr,errocomp:real;
    itermax: integer;
begin
  itermax:=100;
  errocomp:=0.0001;
  erro:=errocomp+1;
  contite:=0;
  x:=valorinicial;
  xr:=0;
  coderr:=0;
  while (erro>errocomp) and (coderr=0) do
  begin
    contite:=contite+1;
    if contite>itermax then
      coderr:=2
    else
      begin
        der:=funcaoder(x);
        if der<>0 then x1:=x-funcao(x)/der
        else coderr:=1;
      end;
    erro:=abs(x1-x);
    x:=x1;
    if coderr=0 then xr:=x1;
  end;
  { if coderr=0 then xr:=x1; writeln('xr=',xr); }

```

end;

```
var aux1: integer;  
    T1: real;  
begin  
    aux1:=0;  
    while (aux1<>1) do  
    begin  
        assign(book,'a:dado.txt');  
        rewrite(book);  
        clrscr;  
        writeln('Entre com o valor do:');  
        write('          diametro externo:');  
        readln(de);  
        write('          diametro interno:');  
        readln(di);  
        write('          espessura inicial:');  
        readln(T);  
        write('          fator de atrito:');  
        readln(m);  
        write('          espessura do anel ao final da deformacao:');  
        readln(Tf);  
        Re:=de/2;  
        Ri:=di/2;  
        dt:=T-Tf;  
        T1:=T;  
        Ti:=T;  
        Rn1:=Re/valorinicial;  
        while (T1>Tf) do  
        begin  
            if Rn1>Ri then  
            begin  
                with taxa do  
                begin  
                    repeat  
                        newton;  
                        Rn:=xr;  
                        T1:=T-dT;  
                        Re1:=SQRT(abs(pow(Re,2)+(pow(Re,2)-pow(Rn,2))*(dT/T1)));  
                        Ri1:=SQRT(pow(Re1,2)+(pow(Re,2)-pow(Ri,2))*(Ti/T1));  
                        did:=((Ti-T1)/Ti)*100;  writeln('did=', did);  
                        rt:=((Ri-Ri1)/Ri)*100;  writeln('rt=',rt);  
                        Re:=Re1;  
                        Ri:=Ri1;  
                        T:=T1;  
                    until rt=60;  
                end;  
            end;  
        end;  
    end;
```



```
end;
if Rn1<Ri then
begin
  with taxa do
  begin
    repeat
      exp_raioint;
      T1:=T-dT;
      Re1:=SQRT(abs(pow(Re,2)+(pow(Re,2)-pow(Rn,2))*(dT/T1)));
      Ri1:=SQRT(pow(Re1,2)+(pow(Re,2)-pow(Ri,2))*(Ti/T1));
      did:=((Ti-T1)/Ti)*100;
      rt:=((Ri-Ri1)/Ri)*100;
      Re:=Re1;
      Ri:=Ri1;
      T:=T1;
    until rt=60;
  end;
end;
close(book);
end;
write('se desejar outro calculo digite 0 se nao 1:');
read(aux1);
end;

end.
```

## 8. ESTUDO DE CASOS E DISCUSSÃO

Aqui apresentam-se alguns resultados obtidos através do programa, utilizando as relações de proporcionalidade geométrica de 6:3:2: e 6:3:1, para diferentes materiais.

Utilizando geometria com proporção 6:3:2, utilizando como raio externo inicial de 18mm, raio interno inicial de 9mm e espessura inicial de 6mm tem-se :

<b>Geometria 6:3:2</b>				
<b>Al-Si (fundido) a 300K</b>				
<b>lubrificante</b>	<b>espessura</b>	<b>fator de atrito</b>		
<b>sem</b>	<b>48,95%</b>	<b>Altan</b>	<b>Abdul</b>	<b>Lam Chi</b>
		<b>0,77</b>	<b>0,42</b>	<b>0,28</b>
raio interno		18,53	21,16	26,14
raio intern. de cada autor		24,5	25,35	29,8
diferença		24,37	16,53	12,28
<b>lubrificante</b>		Altan	Abdul	Lam Chi
<b>sem</b>	<b>44,00%</b>	0,76	0,425	0,37
raio interno		16,81	19,96	21,03
raio intern. de cada autor		22,7	26,32	29
diferença		25,95	24,16	27,48
<b>lubrificante</b>		Altan	Abdul	Lam Chi
<b>vidro</b>	<b>45,20%</b>	0,47	0,22	0,20
raio interno		19,76	27,25	28,6
raio intern. de cada autor		14	15,4	17,4
diferença		-41,14	-76,95	-64,37
<b>lubrificante</b>		Altan	Abdul	Lam Chi
<b>sem</b>	<b>15,70%</b>	0,68	0,315	0,32
raio interno		8,36	10,88	10,8
raio intern. de cada autor		3,4	4,9	4,9
diferença		-145,88	-122,0	-120,41
<b>lubrificante</b>		Altan	Abdul	Lam Chi
<b>sem</b>	<b>34,40%</b>	0,7	0,37	0,36
raio interno		14,8	17,16	17,3
raio intern. de cada autor		13,6	16,57	17,1
diferença		-8,82	-3,56	-1,17

( tabela 1 )

Para geometria com proporção de 6:3:1, utilizando raio externo inicial de 36mm, raio interno inicial de 9mm e espessura inicial de 6mm tem-se:

<b>Geometria 6:3:1</b>			
<b>Al-Si (fundido) a 300K</b>			
<b>lubrificante</b>	<b>espessura</b>	<b>fator de atrito (m)</b>	
<b>sem</b>	<b>39,30%</b>	<b>Altan</b>	<b>Lam Chi</b>
		<b>0,456</b>	<b>0,22</b>
raio interno		31,50%	44,33%
raio intern. de cada autor		24,30%	25,20%
diferença		-29,63	-75,91
<b>lubrificante</b>	<b>espessura</b>	<b>Altan</b>	<b>Lam Chi</b>
<b>vidro</b>	<b>42,30%</b>	0,285	0,13
raio interno		4,10%	6,50%
raio intern. de cada autor		15,70%	18,50%
diferença		73,89	64,86
<b>Al-Si (fundido) a 425K</b>			
<b>lubrificante</b>	<b>espessura</b>	<b>Altan</b>	<b>Lam Chi</b>
<b>sem</b>	<b>39,00%</b>	0,75	0,51
raio interno		26,61%	30,06%
raio intern. de cada autor		31,43%	34,60%
diferença		15,34	13,12
<b>lubrificante</b>	<b>espessura</b>	<b>Altan</b>	<b>Lam Chi</b>
<b>vidro</b>	<b>26,70%</b>	0,62	0,37
raio interno		21,21%	25,69%
raio intern. de cada autor		13,70%	16,80%
diferença		-54,82	-52,92

(tabela 2)

## 9. CONCLUSÃO

O meio tradicional de determinar as propriedades de um material é fazer uma série de testes de tensão, torção, ou compressão, com temperaturas pré determinadas e taxa de tensão constante. Cada um desses testes tem suas vantagens e desvantagens. O teste de compressão é feito para medir a tensão de escoamento. A desvantagem do teste de compressão é a deformação não homogênea do corpo de prova, é causado pelo atrito interfacial entre a superfície de contato entre a peça e máquina de ensaio. A aplicação de lubrificantes reduz o atrito mas não elimina o problema.

Vários métodos diferentes de medir o atrito interfacial durante a deformação foram desenvolvidos. Mas o mais utilizado provou ser o teste de anéis de compressão. Os princípios desse teste foi visto neste trabalho. Para dadas condições de temperatura, tensão e geometria iniciais do corpo de prova ( $D_e:D_i:T$ ), nas proporções sugeridas para que se apliquem as fórmulas mostradas. A deformação do raio interno é o fator que determina o coeficiente de atrito ou fator de atrito. No caso hipotético onde não existe atrito entre a máquina e o corpo de prova, supõe-se que o corpo de prova tenha uma deformação sem embarrilhamento, ou seja, ele vai permanecer cilíndrico durante a deformação, onde a velocidade radial é proporcional a deformação do raio. Quando existe atrito o fluxo do material na expansão é retardado, e sua magnitude depende das condições de atrito. Quando o atrito é significativo, o raio interno contrai e o raio externo expande, criando um raio neutro onde a velocidade radial é nula. Mas este processo depende totalmente da magnitude do atrito para determinar se ocorrerá expansão ou contração do raio interno.

Apesar do programa não estar funcionando como esperado, pôde-se obter alguns valores como pode ser visto nas tabelas 1 e 2. E pode-se notar nas tabelas que os valores calculados foram próximos ao de Lam Chi, devido ao método dos cálculos serem semelhantes, o que diferencia é no momento de determinar o valor inicial do raio neutro e as entradas de dados.

Utilizando o programa elimina-se erros de precisão que pode ocorrer no cálculo manual e a dificuldade dos cálculos, também economiza tempo do

usuário. A única coisa que o usuário tem de fazer é entrar com os dados corretamente e recolher as respostas.

## 10. SUGESTÕES PARA UM DESENVOLVIMENTO FUTURO

Trabalhos futuros relacionados com este projeto podem ter evoluções como :

- Melhorar a velocidade do processamento dos cálculos : como reduzindo número de loopings e fazendo o programa ser recursivo;
- Fazer o programa ser mais flexível : por exemplo o programa poderia deixar o usuário escolher o tamanho da redução da espessura, as mudanças do raio interno;
- Criar as curvas de calibração no próprio programa : o que não acontece neste programa onde o usuário necessita de outros recursos para gerar a curva, uma solução seria utilizar outra linguagem computacional onde teria comandos mais fáceis para gerar a curva;
- Permitir que as curvas sejam impressas e salvas em disco.



## 11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abdul, N. A., e Bramley, A.N., "Determination of Yield Stress-Strain Relations", Research Report, Ref. No. SM/8, Departamanto de Engenharia Mecânica, Universidade de Leeds, julho de 1972.

Avitzur, B., "Forging of Hollow Discs", Israel Journal of Technology, V. 2, N.3, 1964.

Avitzur, B., Metal Forming: Process and Analysis, Ed. Tata McGraw Hill, Nova DELhi-India, 1977.

Avitzur, B., Metal Forming: The Aplication of Limit Analysis, Ed. Dekker, Nova York-EUA, 1980.

Avitzur, B e Sauerwine, F, Limit Analysis of Hollow Disk Forging-Part 1: Upper Bound, TRANS ASME - J. of ENGINEERING FOR INDUSTRY, V. 100, agosto.

Avitzur, B e Kohser, R.A, Disk and Strip Forging for Determination of Friction and Flow Strength Values, ASLE TRANS., V. 21, N.2, 1978.

BATALHA, G.F, Influencia de Camada Anodizada Sobre o Atrito na Conformação Plástica do Alumínio, São Paulo, 1995, TESE (Doutoramento), Universidade de São Paulo.

Druken, D. C., Greenberg, H. J., e Prager, W., The Safety Factor of an Elastic-Plastic Body in Plain Strain, J. APPL. MECH. TRANS. ASME 73, (Dez 1951).

Hill, R., On the State of Stress in a Plastic-Rigid Body at the Yield Point, PHIL. MAG. 42, No.7, 868-875, 1951.

Kobayashi, S., Theories and Experiments on Friction, Deformation, and Fracture in Plastic Deformation Processes, no livro "Metal Forming : Interrelation Between Theory and Practice", (a. I. Hoffmann, Ed.), Plenum-EUA, 1971.

Kudo, H, An Analysis of Plastic Compressive Deformation of Lamella Between Rough Plates by Energy Method, PROC. 5th JAPAN NATIONAL CONGRESS FOR APPLIED MECHANICS, 1955.

Kudo, H, Some Analytical and Experimental Studies of Axisymmetric Cold Forging and Extrusion- I/II, INTERNATIONAL JOURNAL OF MECHANICAL SCIENCE, v.2, 1960, E v.3, 1961.

Male, A.T, The Friction of Metals Undergoing Plastic Deformation at Elevated Temperatures, Birmingham, 1964, TESE (Doutoramento) , Department of Industrial Metallurgy, University of Birmingham.

Male, A. e Cockroft, M., Method for Determination of the Coefficient of Friction of Metals under Conditions of Bulk Plastic Deformation, J. OF THE INSTITUTE OF METALS, V.93, 1964-65.

Male, A.T. e DePierre, V., The Validity of Mathematical Solutions for Determining Friction from the Ring Compression Test, TRANS. ASME-J.of LUBRICATION TECHNOLOGY, v.92, n.2, 1970.

Male, A.T, Variations in Friction Coefficients of Metals during Compressive Deformation, J.INST.OF METALS, v.94, 1966.

Prager, W., and Hodg, P. G., Jr, Theory of Perfectly Plastic Solids, Wiley-Nova York-EUA, pp.236-240, 1951.

Shabaik, A. H., e Thomsen, E. G., An Application of Potential Theory to Solution of Metal Flow Problems, no livro : "Advances in Mechanical Tool Design and Research Conference, Proceedings of the 6th International MTDR Conference,



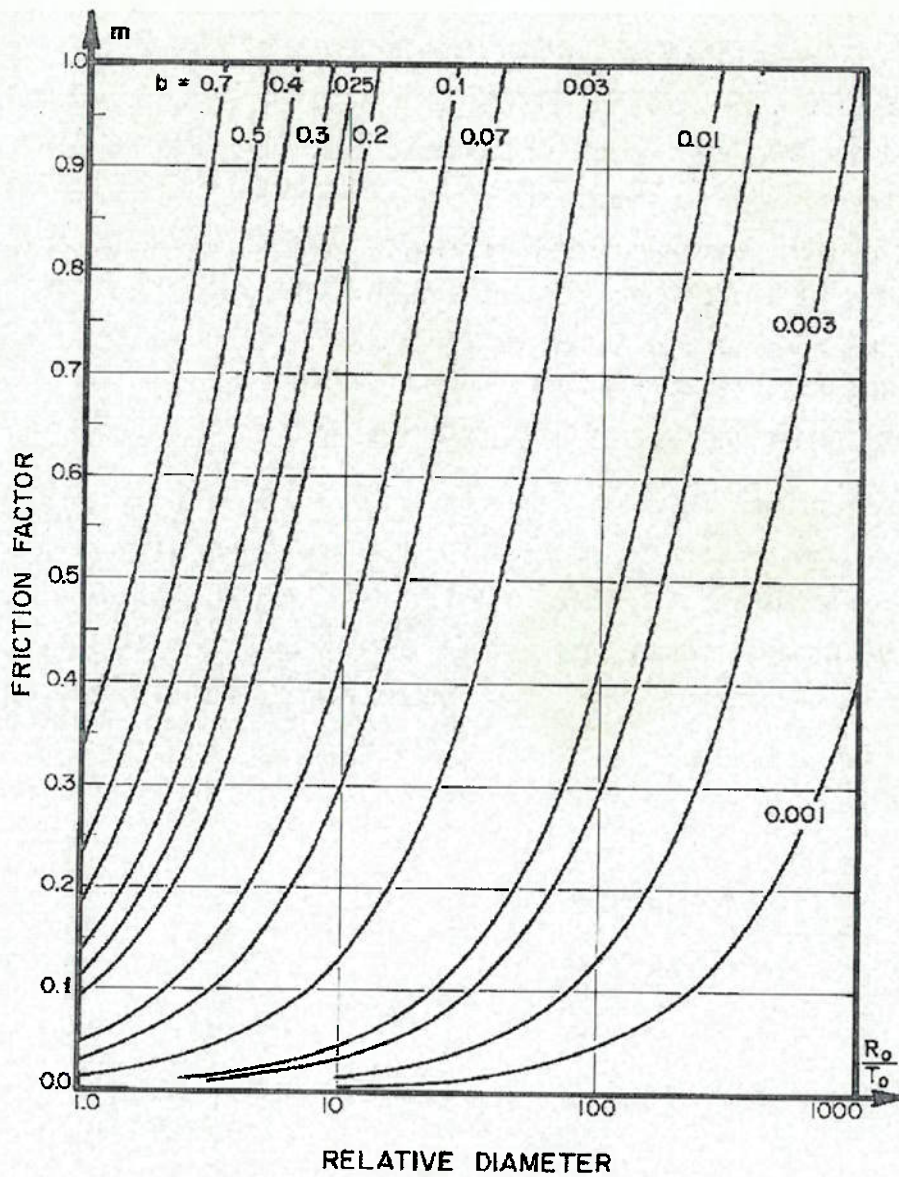
Manchester College of Science and Technology, 13-14 Set., 1965", Pergamon, Elmsford, N.Y.-EUA, pp.429-445, 1966.

Thomsen, E. G., Yang, C. T., e Bierbower, T. B., An Experimental Investigation of the Mechanics of Plastic Deformation of Metals, UNIV. CALIFÓRIA (BERKELEY) PLUB. ENG. 5, 89-144, No.4, 1959.

Venugopal, S., Srinivasan, G., Venkadesen, S. e Seetharaman, V., A Note on Determination of Friction Factor by Means of the Reduction Capacity Test, J. MECHANICAL WORKING TECHNOLOGY, v.19, 1989.

Wang, F. e Lenard, J.G, An Experimental Study of Interfacial Friction-Hot Ring Compression, TRANS. ASME - J. of ENGINEERING MATERIALS AND TECHNOLOGY, v.114, janeiro de 1992.

## 12. ANEXOS



(figura retirada da referência : Avitzur, B., Metal Forming : Process and Analysis.)

A figura mostra uma curva de calibração de um anel sendo comprimido.

